

데이터로 직접 그리는 정규분포

슬라이드로 ‘왜 종 모양인가’를 보고, 워크벤치로 학생이 공공데이터를 직접 탐구하다

과목 · 확률과 통계

단원 · 정규분포

제작 도구 · AI(Claude)

형태 · 단일 HTML(설치 불필요)

바로 보기(웹 링크) <https://bluenet0011-star.github.io/normal-dist/> — 설치 없이 링크 접속 또는 HTML 파일 실행만으로 즉시 사용

고등학교 ‘정규분포’ 단원을 위해, 개념을 눈으로 보여 주는 수업 슬라이드와 학생이 실제 데이터로 직접 탐구하는 워크벤치를 한 세트로 만들었습니다. 두 자료 모두 코드를 직접 작성하지 않고 **AI(Claude)**와 **자연어 대화만으로** 제작했으며, 결과물은 모두 단일 HTML이라 누구나 링크나 파일로 바로 쓸 수 있습니다.

설계의 한 문장

“보여 주는 것은 도구가 하고, 판단과 계산은 학생이 한다.” — 도구는 항상 올바른 그림(분포·넓이·위치)을 보여 주되, 정답을 대신 말해 주지 않습니다. 학생은 직접 데이터를 고르고, 손으로 계산하고, 표를 읽고, 해석을 글로 남깁니다.

1. 기획 배경

정규분포 단원에서 학생들은 흔히 공식 암기와 표 읽기에 머무릅니다. ‘왜 자연·사회 현상이 종 모양을 띠는가’, ‘확률은 왜 곡선 아래 넓이인가’, ‘표준화가 무엇을 하는가’를 **체감하지 못한 채** 계산 절차만 따라가기 쉽습니다. 수행평가 또한 정형화되어, 학생이 자기 관심에서 출발해 탐구하는 경험으로 이어지기 어렵습니다. 그래서 **개념의 ‘왜’를 애니메이션으로 보여 주는 수업 자료**와 **학생이 실제 공공데이터로 직접 분석하고 보고서까지 완성하는 탐구·평가 도구**를 함께, 교사가 프로그래밍 전문가가 아니어도 만들 수 있는 형태로 제작했습니다.

2. 수업 자료 — 정규분포 슬라이드

‘왜 종 모양이 되는가’에서 출발해 표준정규분포표 읽기까지, 개념을 **순서대로 ‘보이게’** 설계한 약 20장의 슬라이드입니다. 모든 그래프는 실시간으로 움직이며 학생이 직접 값을 바꿔 보며 관찰할 수 있습니다.

슬라이드가 다루는 개념 흐름

- 동전 던지기·골턴보드 애니메이션으로 **이항분포가 정규분포로 모이는 과정**
- 정규분포의 표기 $N(m, \sigma^2)$ 와 평균 m (중심)·표준편차 σ (퍼짐)의 의미
- 넓이 = 확률**, 평균에서 $\pm 1 \cdot 2 \cdot 3\sigma$ 안에 모이는 비율(68·95·99.7)
- 표준정규분포 $N(0, 1)$ 과 **표준화**, 표준정규분포표 읽기, 이항분포의 정규근사

구슬이 못을 지나며 쌓이면 종 모양이 된다

못마다 좌우 $\frac{1}{2}$ 확률로 튕긴다



떨어진 구슬 7개 — 칸 아래 숫자는 그 칸에 쌓인 구슬 수

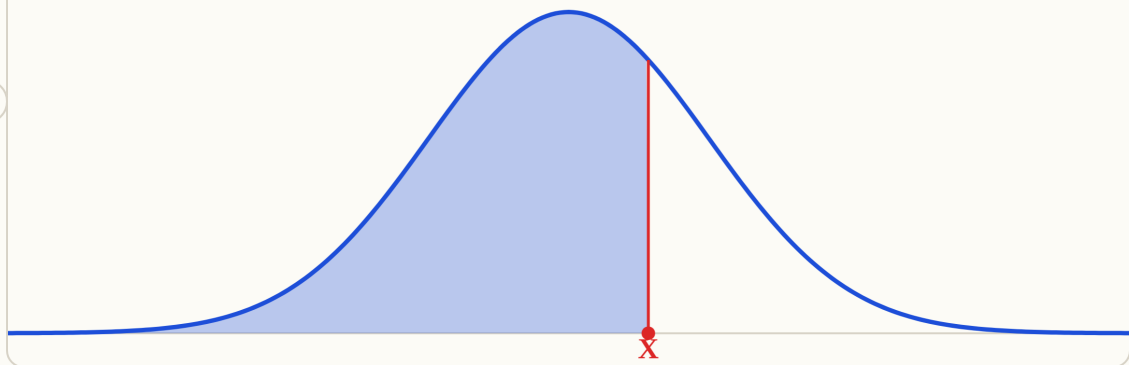
각 못에서 좌우로 갈릴 확률이 같아도, 수많은 구슬이 모이면 가운데가 가장 높은 정규분포 모양이 만들어진다
 ← 이동 · 색깔 버튼으로 확률 영역 색칠 · 68·95·99.7 화면은 클릭으로 공개 ▶ 자동진행 ⌂ 전체화면

[슬라이드] 갈튼보드 — 구슬이 못마다 좌우 $\frac{1}{2}$ 확률로 갈리며 쌓이면, 우연이 모여 가운데가 가장 높은 종 모양이 만들어지는 과정을 애니메이션으로 보여 줍니다. (이항분포 → 정규분포)

왼쪽 넓이가 곧 $P(X \leq x)$

$P(X \leq 0.57) = 0.7151$

색칠된 넓이 = 0.7151

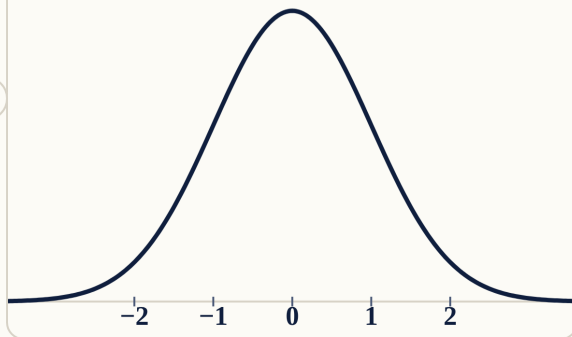


x축을 따라 움직이는 X 까지의 색칠된 넓이가 그만큼의 확률이다
 ← 이동 · 색깔 버튼으로 확률 영역 색칠 · 68·95·99.7 화면은 클릭으로 공개 ▶ 자동진행 ⌂ 전체화면

[슬라이드] 넓이 = 확률 — 기준선 x 를 움직이면 색칠된 넓이와 $P(X \leq x)$ 값이 함께 변합니다. ‘확률은 곡선 아래의 넓이’라는 핵심을 직접 보며 이해합니다.

표가 주는 값은 $P(0 \leq Z \leq z)$ 하나

• 유형을 클릭해 색칠을 켜고 끄세요



- ① 표를 그대로
 $P(0 \leq Z \leq a)$
- ② 오른쪽 꼬리
 $0.5 - P(0 \leq Z \leq a)$
- ③ 왼쪽 전부
 $0.5 + P(0 \leq Z \leq a)$
- ④ 음수 대칭
 $P(Z \leq -a) = P(Z \geq a)$
- ⑤ 가운데 구간
 $2 P(0 \leq Z \leq a)$

예) 표에서 $P(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413$ — 이 한 값으로 위의 다섯 가지를 모두 만든다. **유형을 클릭해** 색칠을 켜고 끄세요.

← 이동 · 색깔 버튼으로 확률 영역 색칠 · 68·95·99.7 화면은 클릭으로 공개

▶ 자동진행

전체화면

[슬라이드] 표준정규분포표 읽는 법 — 표가 주는 단 하나의 값 $P(0 \leq Z \leq z)$ 에서 다섯 가지 확률 유형을 만들어 내는 원리를 색깔로 익힙니다.

유제 3 · p.77

교재 105쪽

확률변수 X 가 평균이 24인 정규분포를 따르고
 $P(21 \leq X \leq 26) = 0.77$, $P(X \leq 26) = 0.84$ 일
 때, $P(|X - 24| \geq 3)$ 의 값은?

클릭 → 색칠: $P(21 \leq X \leq 26)$ $P(X \leq 26)$

$P(|X - 24| \geq 3)$ (정답 확인)

지우기

- ① 0.12
- ② 0.14
- ③ 0.16
- ④ 0.18
- ⑤ 0.2

● 색깔 버튼으로 문제에서 제시한 영역을 색칠해 보세요

← 이동 · 색깔 버튼으로 확률 영역 색칠 · 68·95·99.7 화면은 클릭으로 공개

그래프 보기

먼저 스스로 생각해 보세요

▶ 자동진행

전체화면

[슬라이드] 실제 표준정규분포표 — 행(소수 첫째 자리)과 열(둘째 자리)이 만나는 칸을 클릭하면 값을 읽어 줍니다. 학생이 표를 ‘찾는’ 활동으로 연결됩니다.

3. 탐구 활동 — 정규분포 탐구 워크벤치

슬라이드에서 배운 개념을, 학생이 자기 관심 분야의 실제 공공데이터(KOSIS·OECD 등)로 직접 확인하는 7단계 탐구 도구입니다. 데이터는 외부로 전송되지 않고 학생 브라우저 안에서만 처리됩니다.

0 · 생각 열기

‘서로 다른 현상이 왜 모두 종 모양일까?’ 질문으로 출발

1 · 데이터 준비

관심 분야의 두 지표를 담은 데이터를 올리고(또는 연습용 사용) 관심 대상을 고름

2 · 분포 관찰

히스토그램에 정규곡선을 겹쳐 보며 정규성 판단, σ 를 바꿔 모양 변화 관찰

3 · 직접 계산

무작위 표본을 뽑아 평균·분산·표준편차를 **손으로 계산**하고 전체와 비교

4 · 표준화·확률

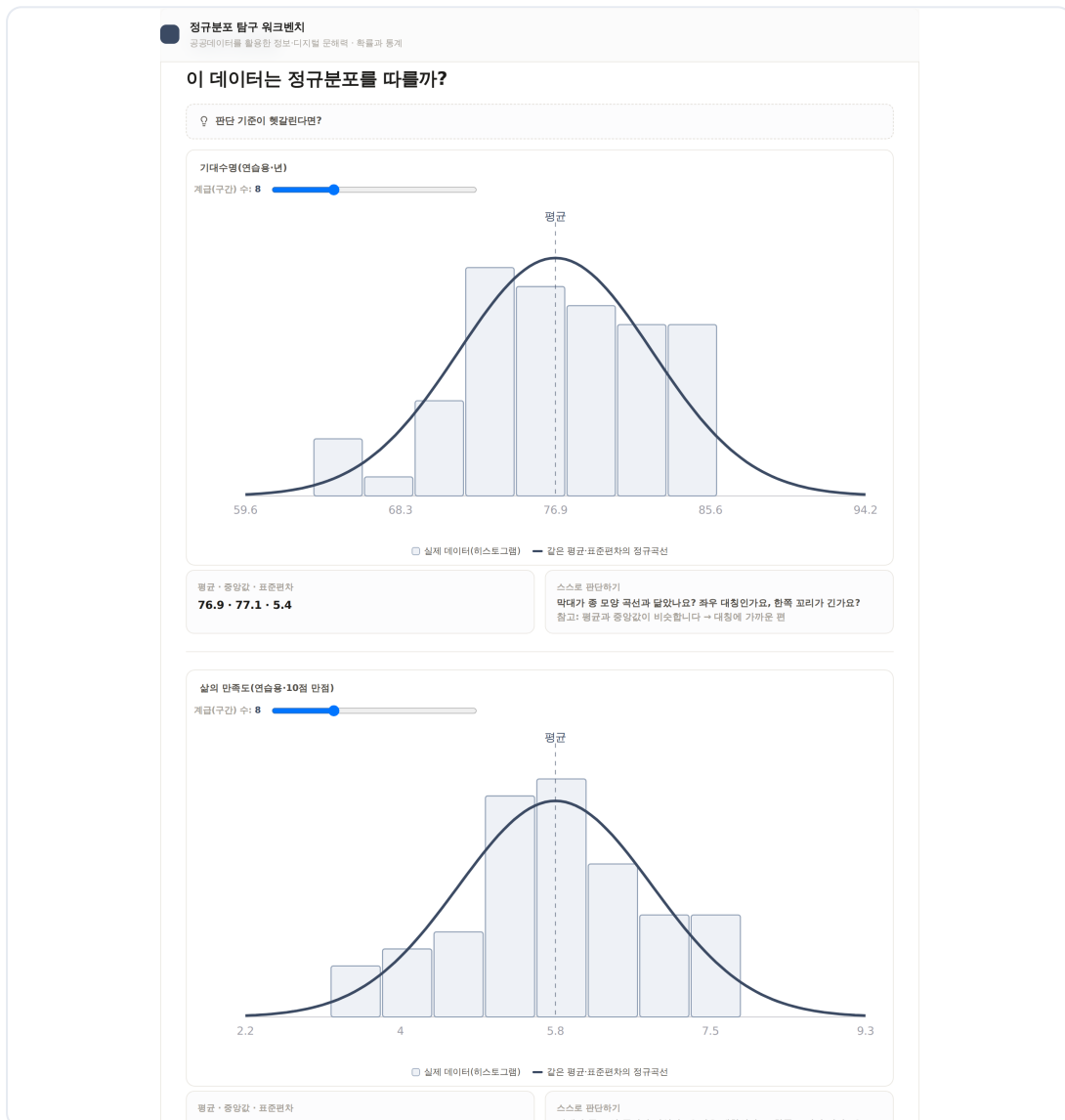
Z를 직접 구하고 표준정규분포표로 확률을 읽어 ‘확률 = 넓이’를 확인

5 · 두 지표 비교

두 지표의 Z 점수로 관심 대상의 상대적 위치를 비교

6 · 결론·보고서

탐구 기록을 정리하면 **보고서(.docx)**가 자동 생성



[워크벤치 STEP 2] 분포 관찰 — 두 지표의 히스토그램에 같은 평균·표준편차의 정규곡선을 겹쳐 정규성을 판단합니다. ‘정규분포로 보기 어려운 모양’ 예시도 함께 제공합니다.

정규분포 탐구 워크벤치

공공데이터를 활용한 정보·디지털 문해력 · 확률과 통계

확률은 곡선 아래의 넓이다

정규분포를 모델로 받아들였다면, 이제 **실제 확률** 질문에 답할 수 있습니다. 직접 표준화한 뒤 표준정규분포표를 읽어 보세요. 도구는 그 확률을 곡선 **아래 넓이**로 색칠해 보여줍니다.

이 단계의 목표

관심 대상 값에 대해 $Z = (X - \mu) / \sigma$ 를 직접 구하고, 표준정규분포표 확률을 읽어 "확률 = 넓이"를 눈으로 확인한다.

Q 기준값으로 삼을 대상(개체)

대한민국

대상을 바꾸면 아래 기준값 X가 그 대상의 값으로 자동 입력됩니다. (X는 직접 수정도 가능)

분석할 지표

기대수명(연속용-년)

기준값 X — 대한민국의 기대수명(연속용-년) 값

83.7

이 지표의 전체 평균 $\mu = 76.94$, 표준편차 $\sigma = 5.41$ 입니다. 기준값 X는 대상 **대한민국**의 값 **83.7** 입니다(위 대상 선택으로 바뀔 수 있어요). 이 값에 대해 $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ 를 직접 구해 보세요.

직접 표준화하기

위 μ , σ 로 Z를 손으로 계산해 입력하세요.

내가 구한 Z 값

1.25

문고 싶은 확률

P(X ≥ 기준값) — 이상일 확률

표준정규분포표로 확률 읽기

아래 표는 $P(0 \leq Z \leq z)$ 값입니다. 표에서 읽은 확률을 입력하세요.

표준정규분포표 찾기

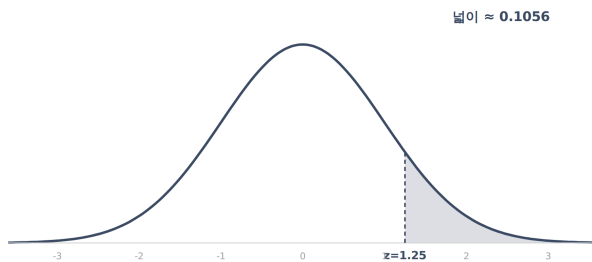
표에서 읽어 계산한 확률

0.1057

넓이로 확인하기

입력을 받았어요. 아래 그림은 내가 구한 Z 값을 기준으로 곡선 **아래의 넓이(=확률)**를 색칠한 것입니다. 색칠된 부분의 넓이가 곧 확률입니다.

표준정규분포 N(0,1) — 색칠된 넓이가 곧 확률



내가 구한 확률 vs 실제 데이터

내가 구한 Z로 계산한 확률(색칠된 넓이) **0.106** · 실제 데이터에서 직접 센 비율 60개 중 9개 = **0.15**.

두 값이 비슷하다면 Z 확률을 잘 구한 것입니다. 많이 다르다면 표준화나 표 읽기를 다시 확인해 보세요. 정규분포 확률의 진짜 가치는 더 큰 모집단이나 앞으로의 관측값으로 일반화할 때 드러납니다. — 예: 우는 전체 음지치의 백분의 추정, 공정의 불량을 예측처럼요.

[워크벤치 STEP 4] 표준화·확률 — 학생이 Z를 직접 구하고 표에서 확률을 읽어 입력하면, 도구가 그만큼을 곡선 아래 넓이로 색칠해 보여 주고 실제 데이터 비율과 비교합니다.

정규분포 탐구 워크벤치

공공데이터를 활용한 정보·디지털 문해력·확률과 통계

척도가 다른 두 세계를 하나의 자로 재기

단위나 평균·난이도가 달라 원점수만으로는 공정하게 비교하기 어려운 두 지표 — 어떻게 비교할까요? Z 점수는 "평균에서 몇 표준편차 떨어져 있는가"라는 공통의 자입니다. 이것이 표준화를 배우는 가장 실용적인 이유예요.

이 단계의 목표

관심 대상의 Z 점수를 두 지표에서 각각 구해, 어느 쪽이 상대적으로 더 극단적인지 판단한다.

Z 점수로 비교한다는 게 무슨 뜻?

관심 대상 바꿔보기

대한민국

대상을 바꾸면 아래 위치가 즉시 갱신됩니다. 여러 대상을 살펴본 뒤 보고서에 쓸 대상을 고르세요.

관심 대상 대한민국 · 기대수명(연습용·년): 값 83.7 ($\mu=76.94$, $\sigma=5.41$) · 삶의 만족도(연습용·10점 만점): 값 6 ($\mu=5.77$, $\sigma=1.11$)

관심 대상의 Z 점수를 두 지표에서 각각 직접 계산해 입력하세요.

기대수명(연습용·년) — Z 점수

삶의 만족도(연습용·10점 만점) — Z 점수

비교 시각화

두 Z 점수를 모두 입력해 주세요.

두 지표에서의 상대적 위치 (단위: 표준편차 σ)

기대수명(연습용·년)

삶의 만족도(연습용·10점 만점)

평균(0)

1.25 σ

0.2 σ

-3 σ -2 σ -1 σ 0 σ +1 σ +2 σ +3 σ

대한민국은(는) 기대수명(연습용·년) 쪽에서 평균으로부터 더 멀리(더 극단적으로) 떨어져 있습니다.

탐구 기록 5

[워크벤치 STEP 5] 두 지표 비교 — 관심 대상의 두 지표를 Z 점수(σ 단위)로 환산해, ‘어느 쪽에서 더 앞서는가’를 같은 잣대로 비교합니다.

자동 생성되는 탐구 보고서(.docx)

학생 활동이 끝나면 편집 가능한 Word 보고서가 자동으로 만들어집니다. 데이터 개요, 히스토그램·정규곡선, 직접 계산값과 전체값 비교, 표준화·확률, 두 지표 Z 비교, 단계별 탐구 기록이 한 문서로 정리됩니다. 데이터가 많을 때는 표가 일부만 발췌되어 문서가 가벼워지고, 통계량은 전체 데이터 기준으로 계산됩니다.

4. AI(Claude) 활용 방식과 설계 원칙

두 프로그램 모두 코드를 한 줄도 직접 쓰지 않고, AI에게 교육적 의도를 자연어로 설명하며 반복적으로 생성·수정하여 완성했습니다. 핵심은 AI를 ‘코드를 대신 써 주는 도구’가 아니라 ‘수업 설계 파트너’로 활용했다는 점입니다.

- 교육 흐름을 함께 설계 — 슬라이드(개념 설명)와 워크벤치(학생 탐구)를 하나의 학습 흐름으로 연결
- ‘보여 주되 답하지 않는’ 원칙을 일관되게 구현 — 도구는 분포·넓이·위치를 시각화하지만 정답·점수는 학생 몫

- **현장 요구를 즉시 반영** — 자동 저장(이어서 작성), 보고서 자동 생성, 한글 문서 호환 등 수업 운영 기능을 대화로 추가
- **안전한 설계** — 데이터는 외부 전송 없이 브라우저 안에서만 처리되어 개인정보에 안전

5. 수업에서의 변화 · 재현성 · 확장성

슬라이드로 ‘왜 종 모양인지’를 눈으로 본 뒤 워크벤치로 직접 데이터를 분석하니, 학생들이 정규분포를 암기 대상이 아니라 ‘세상을 읽는 도구’로 경험하게 됩니다. 슬라이드의 ‘표 읽기’가 워크벤치의 ‘확률 계산’으로 자연스럽게 이어져 **개념 → 실습 → 평가**가 하나로 연결되고, 보고서가 자동 생성되어 교사의 평가 부담도 줄어듭니다.

- **재현성** — 프로그래밍 지식 없이 자연어 대화만으로 제작. 누구나 같은 방식으로 만들 수 있습니다.
- **확장성** — 워크벤치는 ‘개체명·지표1·지표2’ 양식만 바꾸면 어떤 교과·주제에도 응용됩니다.
- **접근성** — 모든 산출물이 단일 HTML. 설치·로그인 없이 링크 접속 또는 파일 실행만으로 동작합니다.

웹 링크 <https://bluenet0011-star.github.io/normal-dist/> · 첨부 파일 정규분포_탐구_워크벤치.html · 정규분포_수업_슬라이드.html

데이터로 직접 그리는 정규분포 — 정규분포 수업·탐구 패키지 · 본 문서의 모든 화면은 실제 프로그램 캡처입니다.